

# Exercices — Suites géométriques

Jérémy JEAN — Jean.Jeremy@gmail.com — 06.09.889.226

**Exercice 1** Les suites géométriques  $u$  et  $v$  sont telles que :

$$\begin{cases} u_0 &= \frac{1}{3} \\ q &= \frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} v_5 &= \frac{5}{32} \\ v_2 &= \frac{5}{4} \end{cases}$$

Ecrire  $u_n$  et  $v_n$  en fonction de  $n$ .

**Exercice 2** Calculer la somme  $S$  :

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{1024}$$

**Exercice 3** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par son terme général

$$u_n = \frac{3^n}{2^{n+1}}$$

1. Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est géométrique et déterminer son sens de variation sur  $\mathbb{N}$ .
2. Calculer la somme  $S$  des dix premiers termes de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

**Exercice 4** Le 1er Janvier 2008, une ville  $A$  compte 50000 habitants. On admet que chaque année, sa population augmente de 1.5% et on désigne par  $P_n$  sa population le 1er Janvier de l'année 2008 +  $n$ . Ainsi,  $P_0 = 50000$ .

1. Calculer  $P_1, P_2, P_3$ . Quelle est la nature de la suite  $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ? Exprimer  $P_n$  en fonction de  $n$ .
2. Quel est le sens de variation de la suite  $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ?
3. Déterminer à partir de quelle année la population de la ville aura doublé.

**Exercice 5** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par récurrence :

$$\begin{cases} u_0 &= 1 \\ u_{n+1} &= \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

1. Calculer  $u_1, u_2, u_3$ . La suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle arithmétique? Géométrique?
2. On pose  $v_n = 2 - u_n$ . Calculer  $v_0, v_1, v_2, v_3$ . Conjecturer la nature de la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
3. Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
4. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
5. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .