

Exercices — Suites arithmétiques

Jérémy JEAN — Jean.Jeremy@gmail.com — 06.09.889.226

Exercice 1 Pour $n \geq 0$, on définit $u_n = 2n - 1$ et $v_n = 2 - n$. Montrer que les deux suites u et v sont arithmétiques. Préciser la raison et le premier terme.

Exercice 2 Les suites arithmétiques u et v sont telles que :

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad r = \frac{1}{4}$$
$$v_5 = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad v_{12} = -2$$

Ecrire u_n et v_n en fonction de n .

Exercice 3 Calculer la somme S des 100 premiers entiers naturels non nuls.

Exercice 4 Soit u la suite arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = -56$. Calculer u_{100} et les sommes S_1 et S_2 définies par :

$$S_1 = \sum_{i=0}^{100} u_i = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{100} \quad \text{et} \quad S_2 = \sum_{i=50}^{100} u_i = u_{50} + u_{51} + u_{52} + \cdots + u_{100}$$

Exercice 5 Déterminer le terme générale u_n de chacune des suites arithmétiques suivantes :

$$\begin{cases} u_0 = 1234 \\ r = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} u_{15} = 15 \\ r = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} u_{20} = 6 \\ u_{44} = -6 \end{cases}$$

Exercice 6 Soit u la suite des nombres impairs, définie pour $n \geq 1$. Ainsi, $u_1 = 1$ et u_n est le n -ième nombre impair.

1. Quel est le cinquième nombre impair ? Le dixième ? Exprimer u_n en fonction de n .
2. Calculer les sommes $S_5 = u_1 + u_2 + \cdots + u_5$ et $S_{10} = u_1 + \cdots + u_{10}$. Exprimer la somme S_n des n premiers nombres impaires en fonction de n .

Exercice 7 Soit u la suite définie par récurrence par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n} \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2, u_3 . La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle arithmétique ?
2. On admet que pour tout entier n , $u_n \neq 0$. On définit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $v_n = \frac{1}{u_n}$. Calculer v_0, v_1, v_2 et v_3 . Conjecturer la nature de la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ puis démontrer la conjecture.
3. Exprimer u_n en fonction de n .